

I OLIMPIADA MATEMÁTICA JUVENIL DE NAVARRA

NAFARROAKO I. GAZTE MATEMATIKA-OLINPIADA



Sociedad Navarra de Profesores de Matemáticas «Tornamira»

Matematika Irakasleen Nafar Elkartea «Tornamira»

Taller de Talento Matemático de Navarra

Nafarroako Matematika Talentu Tailerra

Pamplona, 27 de febrero 2026

Iruñean, 2026ko otsailaren 27a

Instrucciones para los participantes

1. Los y las participantes deben resolver los problemas de manera individual.
2. Los profesores y profesoras están presentes pero no intervienen en ningún momento, salvo para aclarar dudas sobre la redacción de los enunciados.
3. El material siguiente está autorizado: regla, compás, escuadra y cartabón, transportador de ángulos, hojas en sucio, calculadora.
4. Todas las respuestas deben anotarse en el mismo cuadernillo.

Por contra, el uso de internet y teléfonos móviles está estrictamente prohibido.

Cada problema se puntúa de 0 a 10. La puntuación máxima posible es de 40 puntos.

Parte-hartzaileentzako jarraibideak

1. Parte-hartzaileek banaka ebatzi behar dituzte buruketak.
2. Irakasleak bertan daude, baina ez dute inoiz esku hartuko, enuntziatuen idazketari buruzko zalantzak argitzeko izan ezik.
3. Hurrengo materiala baimenduta dago: erregela, konpasa, eskuaira eta kartaboia, angeluen garraiagailua, zirriborro orriak, kalkulagailua.
4. Erantzun guztiak koadernotxo berean idatzi behar dira.

Aitzitik, internet eta telefono mugikorak erabiltzea erabat debekatuta dago.

Buruketa bakoitza 0tik 10era puntuatzen da. Gehienez 40 puntu lor daitezke.

Problema 1 (Un misterio exponencial). ¿Te atreves a intentar encontrar todas las soluciones de esta bonita ecuación? (si es que tiene alguna)

$$(x^2 - 7x + 11)^{x^2 - 11x + 30} = 1.$$

1. buruketa (Misterio esponontzial bat) Ausartuko al zara ekuazio polit honen soluzio guztiak aurkitzen? (baten bat izatekotan)

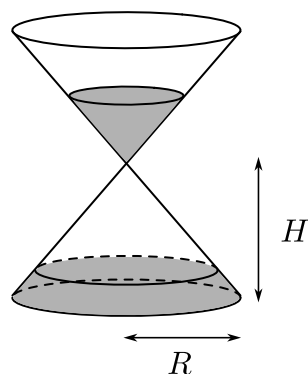
$$(x^2 - 7x + 11)^{x^2 - 11x + 30} = 1.$$

Problema 2 (¿Hemos acabado ya?). Una máquina tiene un algoritmo matemático —un programa informático— que funciona de la siguiente forma: al recibir un número, eleva cada una de sus cifras a la posición que ocupa, y luego suma todos los resultados para obtener un nuevo número. Por ejemplo, si recibe el 2026, el nuevo número generado será $2^4 + 0^3 + 2^2 + 6^1 = 16 + 0 + 4 + 6 = 26$. La máquina repite este proceso hasta que llega a un número de una cifra, y entonces para. Demuestra que, independientemente de cuál sea el número inicial, la máquina siempre se parará en un número finito de pasos.

2. buruketa (Jadanik amaitu dugu?) Makina batek algoritmo matematiko bat du —programa informatiko bat—, ondorengo moduan funtzionatzen duena: zenbaki bat jasotzean, zifra bakoitza dagoen posiziora berrekatzen du, eta, ondoren, emaitza guztiak batzen ditu zenbaki berri bat lortzeko. Adibidez, 2026 zenbakia jasotzen badu, lortzen den zenbaki berria $2^4 + 0^3 + 2^2 + 6^1 = 16 + 0 + 4 + 6 = 26$ da. Makinak prozedura hau errepikatzen du behin eta berriz zifra bakarreko zenbaki bat lortu arte, eta orduan gelditu egiten da. Froga ezazu, hasierako zenbakia edozein izanda, makina beti pausu kopuru finitu batean geldituko dela.

Problema 3 (¡Que se acaba el tiempo!). Un reloj de arena está compuesto por dos conos de radio R y altura H , unidos por el vértice e invertidos uno respecto al otro (diametralmente opuestos respecto al vértice). Inicialmente, el cono superior está lleno de arena, que cae a velocidad constante al cono inferior, que estaba vacío. Calcula la altura que alcanza la arena en el cono inferior cuando haya caído exactamente la mitad de la cantidad total de arena.

3. buruketa (Denbora amaitzen dela!) Hareazko erloju bat R erradioko eta H altuerako bi konoz osatuta dago, erpinaren bidez elkartuta eta bata bestearekiko alderantzikatuta (erpinarekiko guztiz kontrajarriak). Hasieran, goiko konoa hondarrez beteta dago, eta abiadura konstanteaz erortzen da beheko konora, hutsik zegoena. Kalkula ezazu, hondar kantitate osoaren erdia erori denean, hondarrak beheko konoan hartzen duen altuera.



Problema 4 (Cuestión de peso). Cinco personas se pesan por parejas de todas las formas posibles y obtienen los siguientes resultados: 90, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 100 y 101 kg. Si se suben las cinco a la vez a la báscula, ¿qué peso marcará? ¿Pueden pesar dos de esas cinco personas lo mismo? Determina el peso de cada una de las cinco personas sabiendo que es un número entero.

4. buruketa (Pisu kontua) Bost pertsona bikoteka pisatzen dira modu posible guztietan, eta emaitza hauek lortzen dituzte: 90, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 100 eta 101 kg. Baskulara bostak batera igotzen badira, zer pisu markatuko du? Bost pertsona horietatik bik pisu bera eduki dezakete? Zehaztu bost pertsonetako bakoitzaren pisua, zenbaki oso bat dela jakinda.

Puedes utilizar esta hoja para hacer cálculos en sucio.

Orrri hau erabil dezakezu kalkuluak zikinean egiteko.

Puedes utilizar esta hoja para hacer cálculos en sucio.

Orrri hau erabil dezakezu kalkuluak zikinean egiteko.